

Средња економска школа
Лозница

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ
11-12. април 2025. године

ОПШТЕ ИНФОРМАЦИЈЕ И УПУТСТВО ЗА РАД

- Укупан број такмичарских задатака је 10. Број поена за сваки задатак означен је након редног броја задатка. Максималан број поена је 100.
- Време израде задатака је три сата.
- Задатке је потребно урадити хемијском оловком, изузев графичких приказа који се могу цртати графитном оловком.
- Све резултате и међурезултате обавезно заокружљивати на две децимале, осим логаритама које треба заокруглити на 5 децималних места.
- Код питања са понуђеним одговорима увек је само један одговор тачан.
- При изради задатака дозвољено је користити дигитрон.

ТАКМИЧАРСКИ ЗАДАЦИ

1. (3) Пример моментне временске серије је:
 - а. број дипломираних студената на једном факултету од 2010-2020. године;
 - б. цена акција на берзи у периоду јун 2024. - јануар 2025.;
 - в. увоз производа у периоду од 2013-2023. године;
 - г. број ноћења туриста по кварталима од 2021-2024. године.
2. (3) Који од следећих исказа НИЈЕ тачан?
 - а. интервал варијације приказује ширину интервала у ком се налазе све вредности обележја;
 - б. вредност варијансе је изражена у мерним јединицама на квадрат;
 - в. стандардна девијација представља суму квадрата одступања свих вредности обележја од аритметичке средине скупа;
 - г. коефицијент варијације показује вредност стандардне девијације која је изражена у процентима аритметичке средине.

3. (3) Релативни бројеви који представљају количник нивоа две различите појаве које се односе на исти временски период и на исту јединицу посматрања називају се:

- а. индекси структуре;
- б. статистички коефицијенти;
- в. релативни показатељи структуре;
- г. индекси испуњења плана.

4. (5) У следећим примерима, одредите шта је обележје, врсту обележја (атрибутивно, нумеричко непрекидно или нумеричко прекидно), мерну скалу на којој је обележје мерено и врсту статистичке серије (временска или структурна). Одговоре је потребно уписати у празна поља табеле.

- 1. Број одобрених кредита у 15 банака у 2023. години.
- 2. Висина свих запослених у једној компанији који су били на систематском прегледу у марту прошле године.
- 3. Вредност увоза предузећа у периоду од 2015. до 2024. године.
- 4. Успех ученика основне школе на крају сваке школске године.
- 5. Број продатих таблета према марки у 20 случајно изабраних продавница у једном граду у децембру 2024. године.

	Обележје	Врста обележја	Мерна скала	Врста статистичке серије
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

5. (5) Посматра се временска серија вредности извоза једног производа (у хиљадама евра) у периоду 2017-2024. године. На основу оцењеног модела линеарног тренда за посматрани период утврђено је да се вредност извоза у посматраном периоду у просеку годишње повећавала за 5,20 хиљада евра, а да прогнозирана вредност извоза у 2026. години износи 54,84 хиљаде евра.

Оцењени модел линеарног тренда гласи _____
(приказати поступак израчунавања оцењених коефицијената).

6. (6) Који од следећих исказа су тачни (Т), а који нетачни (Н)? Заокружити одговарајуће слово после сваког исказа.

- Сложена табела је табела у којој се приказује структура више садржински повезаних статистичких скупова по истом обележју или кретање више сродних појава у истом временском интервалу. Т Н
- Групни индекс испуњења плана вредности производње (промета) по методу агрегата добија се као однос планиране и остварене вредности. Т Н
- Хармонијска средина је мања или највише једнака геометријској и аритметичкој средини. Т Н
- Индекси структуре су релативни бројеви којима поредимо нивое више различитих појава за једну јединицу посматрања. Т Н
- Двоструки стубићи користе се за графичко приказивање и поређење структуре два скупа по једном истом обележју. Т Н
- Сезонски индекси су релативни бројеви којима се мере јачина и смер утицаја сезоне у одређеној години. Т Н

7. У следећој табели дати су подаци о броју слика које су насликали сликари једног удружења током боравка на сликарској колонији:

Број сликара према броју насликаних слика

Број слика	1	2	3	4	5
Број сликара	4	14	17	8	7

- а) Израчунати укупан број насликаних слика. (2)
- б) Израчунати просечан број насликаних слика. (2)
- в) Израчунати позиционе средње вредности и коментарисати добијене резултате. (8)
- г) Израчунати интервал варијације броја насликаних слика. (2)

8. Приликом спровођења истраживања анализирају се подаци о цени једног модела аутомобила (у хиљадама евра) и старости (у годинама) на шест продајних места:

Цена и старост аутомобила

Цена	25	18	16	8	12	6
Старост	3	5	8	10	15	18

- а) Израчунати коефицијент просте линеарне корелације између посматраних променљивих и протумачити добијени резултат. (8)
- б) За потребе додатног истраживања прикупљени су следећи подаци о ценама другог модела аутомобила на истих шест продајних места: 28, 35, 16, 42, 25 и 38 хиљада евра. Помоћу одговарајућег показатеља упоредити релативне дисперзије цена различитих модела аутомобила. (10)

9. Вредност продаје сокова од купине, боровнице и јагоде у 2021. години је износила: 1.200, 1.500 и 1.050 хиљада динара. Индивидуални индекси вредности продаје по врсти сокова израчунати у 2024. износили су редом: 126,00; 88,00 и 143,00. Продајне цене посматраних сокова у 2024. години у односу на 2021. повећане су редом за 20%, 10% и 30%, док је обим продаје сокова од купине и јагоде повећан редом за 5% и 10%, а обим продаје сокова од боровнице смањен за 20%.

а) Колико износи укупна вредност продаје све три врсте сокова у 2024. години? Израчунати апсолутну промену укупне вредности продаје све три врсте сокова у 2024. у односу на 2021. годину.

(4)

б) Методом агрегата одредити релативну промену продајних цена све три врсте сокова у 2024. у односу на 2021. годину, користећи пондере из текућег периода, као и релативну промену обима продаје користећи пондере из базног периода (2021=100). Протумачити добијене резултате.

(13)

10. Анализира се утицај месечне зараде (у еврима) на месечне издатке за храну (у еврима). Месечне зараде за шест случајно изабраних испитника износе: 800, 1.100, 1.500, 2.000, 2.400 и 2.100 евра, док су месечни издаци за храну: 200, 280, 340, 460, 520, 600 евра.

а) Методом најмањих квадрата израчунати и протумачити коефицијенте регресионе праве узорка.

(13)

б) Израчунати суму квадрата одступања месечних издатака од просечних месечних издатака, као и суму квадрата одступања насталих под утицајем осталих фактора. Колико износи проценат варијација зависне променљиве објашњен регресионим моделом?

(11)

в) Предвидети колико би у просеку износили месечни издаци за храну испитаника чија је месечна зарада 1.000 евра.

(2)

Средња економска школа
Лозница

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ СТАТИСТИКЕ
11-12. април 2025. године

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

1. Тачан одговор:

б. цена акција на берзи у периоду јун 2024. - јануар 2025.

(3 поена)

2. Тачан одговор:

в. стандардна девијација представља суму квадрата одступања свих вредности обележја од аритметичке средине скупа

(3 поена)

3. Тачан одговор:

б. статистички коефицијенти

(3 поена)

4. Тачни одговори:

	Обележје	Врста обележја	Мерна скала	Врста статистичке серије
1.	Број одобрених Кредита	Нумеричко прекидно	Скала односа	Структурна
2.	Висина	Нумеричко непрекидно	Скала односа	Структурна
3.	Вредност увоза	Нумеричко непрекидно	Скала односа	Временска
4.	Успех	Атрибутивно	Ординална	Временска
5.	Марка таблета	Атрибутивно	Номинална	Структурна

Сваки тачан одговор носи по 0,25 поена, што у збиру даје 5 поена.

5.

Оцењени коефицијент нагиба: $\hat{b}=5,20$ хиљада евра
 $\hat{Y}_{2026} = 54,84$ хиљаде евра

(1 поен)

За период 2017-2024. године $t= 1, 2, \dots, 8$. У 2026. години $t=10$.

Прогнозирана вредност извоза за 2026. годину:

$$\hat{Y}_{2026} = \hat{a} + \hat{b} \cdot t = \hat{a} + 5,20 \cdot 10 = 54,84 \text{ хиљаде евра}$$

(2 поена)

$$\hat{a} = 54,84 - 5,20 \cdot 10 = 2,84 \text{ хиљаде евра}$$

(1 поен)

Оцењени коефицијенти модела линеарног тренда износе: $\hat{a} = 2,84$ хиљаде евра и $\hat{b} = 5,20$ хиљада евра.

Оцењени модел линеарног тренда: $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b} \cdot t = 2,84 + 5,20 \cdot t$.

(1 поен)

6. Тачни одговори: Т, Н, Т, Н, Т, Н.

Сваки тачан одговор бодује се са 1 поен, што у збиру даје 6 поена.

7. а)

Број слика (x)	1	2	3	4	5	
Број сликара (f)	4	14	17	8	7	50
xf	4	28	51	32	35	150

Укупан број насликаних слика је $\sum xf = 150$.

(2 поена)

б) Просечан број насликаних слика је: $\mu = \frac{\sum xf}{N} = \frac{150}{50} = 3$

в) Модус:

(2 поена)

$M_o=3$ (највећа фреквенција је $f_{\max} = 17$)

(2 поена)

Највећи број сликара је насликао три слике.

(1 поен)

Медијана:

Расподела кумулативних фреквенција

Број слика	Кумулатив «испод»
1	4
2	18
3	35
4	43
5	50

Због парног броја података (50 сликара), медијана се налази на $\frac{N+1}{2} = 25,5$. позицији (између 25. и 26. места). (2 поена)

Први кумулатив који садржи половину суме фреквенција је 35, па је вредност медијане 3 (Me = 3). (2 поена)

Половина сликара је насликала мање од три слике, а половина три слике или више.

г) Интервал варијације: (1 поен)

$$i = x_{\max} - x_{\min} = 5 - 1 = 4$$

(2 поена)

8. а)

Цена и старост аутомобила

Цена (x)	Старост (y)	x^2	y^2	xy
25	3	625	9	75
18	5	324	25	90
16	8	256	64	128
8	10	64	100	80
12	15	144	225	180
6	18	36	324	108
85	59	1.449	747	661

Тачно израчунате вредности x^2 , y^2 и xy бодују се са по 1 поеном.

(3 поена)

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\left(\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2\right) \cdot \left(\frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2\right)}} = \frac{\frac{661}{6} - 14,17 \cdot 9,83}{\sqrt{\frac{1449}{6} - 14,17^2} \cdot \sqrt{\frac{747}{6} - 9,83^2}} = -0,86$$

(3 поена)

Вредност коефицијента $r = -0,86$ блиска је -1, што значи да између цене и старости аутомобила постоји веома јака инверзна линеарна корелациона веза. (2 поена)

б) Показатељ који се рачуна је коефицијент варијације.

$$\text{Цена првог модела: } \mu_1 = \frac{\sum x}{N} = \frac{85}{6} = 14,17$$

(1 поен)

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}{N}} = \sqrt{\frac{1.449 - \frac{85^2}{6}}{6}} = 6,39$$

(2 поена)

$$V_1 = \frac{\sigma_1}{\mu_1} \cdot 100 = \frac{6,39}{14,17} \cdot 100 = 45,10\%$$

(1 поен)

Цена другог модела: $\mu_2 = \frac{\sum x}{N} = \frac{184}{6} = 30,67$

(1 поен)

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}{N}} = \sqrt{\frac{6.098 - \frac{184^2}{6}}{6}} = 8,71$$

(2 поена)

$$V_2 = \frac{\sigma_2}{\mu_2} \cdot 100 = \frac{8,71}{30,67} \cdot 100 = 28,40\%$$

(1 поен)

Цена првог модела има већу дисперзију од цене другог модела.

(2 поена)

9. а)

Сок	Вредност (у 000 динара)	I_{pq}	$p_t q_t = \frac{I_{pq} \cdot p_0 q_0}{100}$
	2021. ($p_0 q_0$)		
Купина	1.200,00	126,00	1.512,00
Боровница	1.500,00	88,00	1.320,00
Јагода	1.050,00	143,00	1.501,50
Укупно	3.750,00		4.333,50

Тачно израчунате вредности:

$$p_t q_t = \frac{I_{pq} \cdot p_0 q_0}{100} \quad (1,5 \text{ поена})$$

Укупна вредност продаје све три врсте сокова у 2024. години износи 4.333,50 хиљада динара.

(1 поен)

Апсолутна промена укупне вредности продаје износи 583,50 хиљада динара (4.333,50-3.750,00=583,50).

(1,5 поена)

6)

I_p	$q_t p_0 = \frac{p_t q_t \cdot 100}{I_p}$
120,00	1.260,00
110,00	1.200,00
130,00	1.155,00
	3.615,00

Тачно израчунате вредности:

 I_p (1,5 поена) $q_t p_0 = \frac{p_t q_t \cdot 100}{I_p}$ (3,5 поена)

$$I_p = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \cdot 100 = \frac{4.333,50}{3.615,00} \cdot 100 = 119,88$$

(2 поена)

Цене све три врсте сокова су се повећале за 19,88% у 2024. у односу на 2021. годину.

(2 поена)

$$I_q = \frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot 100 = \frac{3.615,00}{3.750,00} \cdot 100 = 96,40$$

(2 поена)

Обим продаје све три врсте сокова се смањио за 3,60% у 2024. у односу на 2021. годину.

(2 поена)

10. а)

x	y	x^2	y^2	xy
800	200	640.000	40.000	160.000
1.100	280	1.210.000	78.400	308.000
1.500	340	2.250.000	115.600	510.000
2.000	460	4.000.000	211.600	920.000
2.400	520	5.760.000	270.400	1.248.000
2.100	600	4.410.000	360.000	1.260.000
9.900	2.400	18.270.000	1.076.000	4.406.000

Тачно израчунате вредности x^2 , y^2 и xy бодују се са по 1 поеном.

(3 поена)

Коефицијент нагиба:

$$\hat{b} = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 \cdot 4.406.000 - 9.900 \cdot 2.400}{6 \cdot 18.270.000 - 9.900^2} = 0,23$$

(5 поена)

Коефицијент нагиба показује да ће се месечни издаци за храну у просеку повећати за 0,23 евра, ако се месечна зарада повећа за 1 евро.

(2 поена)

Одсечак:

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} = \frac{2.400}{6} - 0,23 \cdot \frac{9.900}{6} = 20,50$$

(2 поена)

Одсечак показује да просечни месечни издаци за храну износе 20,50 евра, ако испитаник не остварује месечну зараду.

(1 поен)

б) Рачунамо СКУ, СКН и коефицијент детерминације.

\hat{y}	$y - \bar{y}$	$y - \hat{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$(y - \hat{y})^2$
204,50	-200,00	-4,50	40.000,00	20,25
273,50	-120,00	6,50	14.400,00	42,25
365,50	-60,00	-25,50	3.600,00	650,25
480,50	60,00	-20,50	3.600,00	420,25
572,50	120,00	-52,50	14.400,00	2.756,25
503,50	200,00	96,50	40.000,00	9.312,25
2.400,00			116.000,00	13.201,50

Тачно израчунате вредности \hat{y} , $(y - \bar{y})^2$ и $(y - \hat{y})^2$ бодују се са по 2 поена. (6 поена)

$$СКУ = \sum (y - \bar{y})^2 = 116.000,00$$

Сума квадрата одступања месечних издатака од просечних месечних издатака износи 116.000,00 евра².

(1 поен)

$$СКН = \sum (y - \hat{y})^2 = 13.201,50$$

Сума квадрата одступања насталих под утицајем осталих фактора износи 13.201,50 евра².

(1 поен)

Коефицијент детерминације се израчунава по формули:

$$r^2 = \frac{CKO}{CKV} = \frac{CKV - SKH}{CKV} = \frac{102.798,50}{116.000,00} = 0,89$$

(2 поена)

89% варијација зависне променљиве је објашњено регресионим моделом.

(1 поен)

в)

Месечни издаци испитаника чија је месечна зарада 1.000 евра би у просеку износили:

$$\hat{y} = 20,50 + 0,23 \cdot 1.000 = 250,50 \text{ евра.}$$

(2 поена)